

# ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELOS HÍBRIDOS UTILIZADOS NA PREDIÇÃO DO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS

COMPARATIVE ANALYSIS OF HYBRID MODELS USED IN BATTERY LIFETIME  
PREDICTION

**Odenis Alessi**

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ, Ijuí,  
RS, Brasil.

Doutor em Modelagem Matemática. E-mail: [odenis.alessi@sou.unijui.edu.br](mailto:odenis.alessi@sou.unijui.edu.br)  
<https://orcid.org/0000-0002-3509-6984>

**Airam Teresa Zago Romcy Sausen**

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ, Ijuí,  
RS, Brasil.

Doutor em Engenharia Elétrica. E-mail: [airam@unijui.edu.br](mailto:airam@unijui.edu.br)  
<https://orcid.org/0000-0001-6499-4145>

**Paulo Sérgio Sausen**

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ, Ijuí,  
RS, Brasil.

Doutorado em Engenharia Elétrica. E-mail: [sausen@unijui.edu.br](mailto:sausen@unijui.edu.br)  
<https://orcid.org/0000-0001-9863-8800>

Submissão: 26-09-2023

Aceite: 09-06-2025

**Resumo:** O avanço da tecnologia possibilita que diversos dispositivos eletrônicos realizem um número crescente de tarefas. Entre esses dispositivos, os aparelhos móveis, impulsionados por baterias, oferecem mobilidade e conveniência, aprimorando a eficiência e a experiência do usuário. O conhecimento do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis possibilita o gerenciamento de estratégias que podem melhorar a durabilidade do armazenamento de energia, aumentando a segurança e a confiabilidade na utilização desses aparelhos eletrônicos. O objetivo desse artigo é realizar uma análise comparativa do nível de acurácia de três modelos híbridos de predição do tempo de vida de baterias usando dados experimentais obtidos de uma plataforma de testes. Para a análise dos modelos híbridos foi feita a comparação dos erros médios obtidos. Os erros médios encontrados quando realizadas as simulações com e sem valores outliers, foram, respectivamente, para cada modelo: Zhang 1,80% e 2,11%; Kim 1,85% e 2,13%; Gomes 2,04% e 2,63%. Conforme



os resultados obtidos, o modelo mais acurado é o modelo híbrido de Zhang, seguido pelo modelo de Kim e pelo modelo de Gomes.

**Palavras-chave:** Baterias. Modelos Híbridos. Tempo de Vida. Simulação Computacional.

**Abstract:** The advancement of technology enables various electronic devices to perform an increasing number of tasks. Among these devices, mobile devices, powered by batteries, provide mobility and convenience, enhancing user efficiency and experience. Knowledge of the lifetime of batteries used in mobile devices makes it possible to manage strategies that can improve the durability of energy storage, increasing safety and reliability in the use of these electronic devices. The aim of this paper is to perform a comparative analysis of the accuracy level of three hybrid battery lifetime prediction models using experimental data obtained from a test platform. For the analysis of the hybrid models, the average errors obtained were compared. The average errors found when performing the simulations with and without outlier values were, respectively, for each model: Zhang 1,80% and 2,11%; Kim 1,85% and 2,13%; Gomes 2,04% and 2,63%. According to the results obtained, the most accurate model is the Zhang hybrid model, followed by the Kim model and the Gomes model.

**Keywords:** Batteries. Hybrid Models. Lifetime. Computational Simulation.

## Introdução

**B**aterias recarregáveis transformam energia química armazenada em energia elétrica e são amplamente utilizadas em dispositivos móveis como celulares e laptops (CHEN et al., 2019; LEÓN et al., 2020). Novas funcionalidades vêm sendo agregadas a esses dispositivos móveis, sendo esperado que o desempenho das baterias seja satisfatório, fornecendo energia ao sistema por uma quantidade de tempo prolongada (ELNASHAR; EL-SAIDNY, 2014). O tempo em que a bateria fornece energia ao dispositivo até ser considerada descarregada é chamado de tempo de vida (CHEN et al., 2019; RAKHMATOV; VRUDHULA; WALLACH, 2002). Conhecer esse tempo possibilita estratégias para aumentar sua durabilidade e segurança, além de auxiliar na escolha do tipo de bateria no uso dos dispositivos eletrônicos (MEIRELES; SAUSEN; SAUSEN, 2019; SAUSEN et al., 2018; RAKHMATOV; VRUDHULA; WALLACH, 2002).

Uma forma de obter o tempo de vida de baterias é a partir da utilização de modelos matemáticos, que além de serem uma alternativa eficiente e barata, permitem a realização de simulações, fornecendo subsídios para a tomada de decisões (FOTOUHI et al., 2016; HU, 2013). A abordagem realizada pelos modelos matemáticos para a simulação de um processo de descarga pode variar de acordo com a perspectiva considerada, isso faz com que os modelos possam ser classificados em seis categorias: analíticos, eletroquímicos, elétricos, estocásticos, via teoria de identificação de sistemas e híbridos (FREITAS et al., 2017; KIM; QIAO, 2011; RAKHMATOV; VRUDHULA; WALLACH, 2002).

Modelos híbridos de baterias combinam dois modelos matemáticos, e o modelo obtido agrega as vantagens dos modelos utilizados e passa a considerar características que eram desprezadas na modelagem individual. Assim, um modelo híbrido permite descrever com maior acurácia o

comportamento dinâmico da bateria sob diferentes condições de uso, mantendo o equilíbrio entre complexidade e acurácia (GOMES et al., 2017; MEIRELES; SAUSEN; SAUSEN, 2019; KIM; QIAO, 2011). Na literatura, destacam-se os modelos híbridos propostos por Zhang et al. (2010), Kim e Qiao (2011) e Gomes et al. (2017), denominados neste trabalho como modelos de Zhang, Kim e Gomes, respectivamente. Cada um integra um modelo elétrico, que representa as características elétricas da bateria, e um modelo analítico, responsável por descrever os efeitos não lineares do processo de descarga.

Um dos critérios na escolha do modelo matemático para a simulação do tempo de vida de uma bateria é o nível de acurácia, que determina a capacidade do modelo em retratar o processo real de descarga (KIM; QIAO, 2011). De acordo com Gomes et al. (2017) o modelo matemático utilizado na predição do tempo de vida de baterias é acurado quando o erro percentual médio obtido é inferior a 5%. Neste contexto, a realização de uma análise comparativa do nível de acurácia de modelos híbridos pode indicar o modelo que realiza a predição do tempo de vida de baterias de forma mais acurada, fornecendo subsídios de aplicabilidade do modelo em estratégias de gerenciamento de baterias de dispositivos móveis.

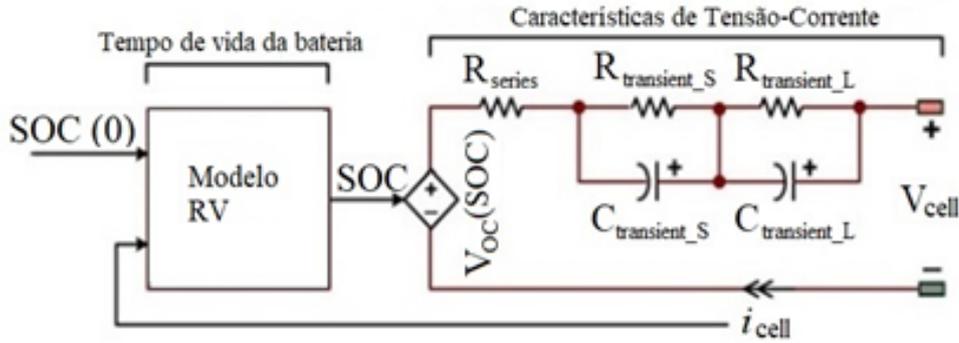
Este artigo tem como objetivo comparar a acurácia dos modelos híbridos de Zhang, Kim e Gomes na predição do tempo de vida de baterias. Inicialmente, são apresentadas as equações que compõem cada modelo. Na sequência, são apresentados os procedimentos metodológicos para a obtenção dos dados experimentais com baterias de Lítio-Ion Polímero (Li-Po) modelo PL 383562-2C, para a estimação dos parâmetros dos modelos, validação e análise comparativa. Testes da análise de variância (ANOVA) e o teste de médias de Tukey também são aplicados, para a verificação de diferença estatística significativa entre as médias e identificação dos agrupamentos em que as médias diferem estatisticamente entre si. Por fim, os modelos são implementados na ferramenta computacional Matlab, e os resultados das simulações são comparados com os dados experimentais obtidos de uma plataforma de testes.

## Modelagem Matemática

### Modelo de Zhang

O modelo híbrido de Zhang (ZHANG et al., 2010) é formado pela união do modelo elétrico para Predizer Runtime e Características I-V de Chen e Rincón-Mora (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006) com o modelo analítico de difusão de Rakhmatov e Vrudhula (i.e., modelo RV) (RAKHMATOV; VRUDHULA; WALLACH, 2002). Esse modelo analítico considera os dois principais efeitos não lineares presentes no processo de descarga de baterias, que são o efeito da taxa de capacidade (JONGERDEN; HAVERKORT, 2008) e o efeito de recuperação (SAUSEN; SPOHN; PERKUSICH, 2010; RAKHMATOV; VRUDHULA; WALLACH, 2002). O desenvolvimento do modelo de Zhang ocorre por meio da substituição dos componentes responsáveis pelo estado de carga e tempo de vida da bateria no modelo elétrico, pelas equações baseadas no modelo analítico. Na Figura 1 é apresentado um esquema do modelo híbrido.

Figura 1 – Esquema do Modelo Híbrido de Zhang



Fonte: ZHANG et al., 2010

A partir do modelo elétrico, o estado de carga (SOC) pode ser descrito por:

$$SOC(t) = \frac{C_{available}(t)}{C_{max}} \tag{1}$$

onde:  $C_{available}(t)$  e  $C_{max}$  são a capacidade disponível e a capacidade nominal da bateria, respectivamente. A capacidade disponível da bateria  $C_{available}(t)$  é determinada por:

$$C_{available}(t) = C_{initial} - l(t) - C_{unavailable}(t), \tag{2}$$

onde:  $C_{initial}$  é a capacidade inicial,  $C_{unavailable}(t)$  é a capacidade indisponível da bateria, e  $l(t)$  é a carga total consumida pelo sistema, que é dada por:

$$l(t) = \int i_{cell}(t) dt, \tag{3}$$

onde:  $i_{cell}(t)$  é a corrente de descarga da bateria. A capacidade indisponível  $C_{unavailable}(t)$  é descrita a partir da seguinte equação proveniente do modelo RV:

$$C_{unavailable}(t) = 2I \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\beta^2 n^2 TV}}{\beta^2 n^2 TV}, \tag{4}$$

onde:  $I$  é uma corrente de descarga constante,  $\beta$  é o parâmetro relacionado ao comportamento não linear da bateria, e  $TV$  é o tempo de vida da bateria. A tensão do modelo híbrido é proveniente do modelo elétrico, sendo expressa por:

$$V_{cell}(t) = V_{OC}[SOC(t)] - i_{cell}(t) \cdot R_{series} - V_{transient}(t), \tag{5}$$

onde:  $V_{OC}[SOC(t)]$  é a tensão de circuito aberto,  $R_{series}$  é a resistência em série, e  $V_{transient}(t)$  é a tensão transiente. Os termos da equação (5) são obtidos através das seguintes equações:

$$V_{OC}[SOC(t)] = a_0 e^{-a_1(SOC(t))} + a_2 + a_3(SOC(t)) - a_4(SOC(t))^2 + a_5(SOC(t))^3, \tag{6}$$

$$R_{series}[SOC(t)] = b_0 e^{-b_1(SOC(t))} + b_2 + b_3(SOC(t)) - b_4(SOC(t))^2 + b_5(SOC(t))^3, \tag{7}$$

$$V_{transient}(t) = V_{transient_S}(t) + V_{transient_L}(t), \tag{8}$$

onde:  $V_{transient_S}(t)$  é a tensão transiente de curta duração, e  $V_{transient_L}(t)$  é a tensão de longa duração. Essas tensões são dadas pelas seguintes equações, respectivamente:

$$V_{transient_S}(t) = \begin{cases} R_{transient_S} \cdot i_{cell}(t) \left[ 1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_S}} \right], & t_0 < t < t_d \\ V_{transient_S}(t_d) e^{-\frac{(t-t_d)}{\tau_S}}, & t_d < t < t_r \end{cases}, \quad (9)$$

$$V_{transient_L}(t) = \begin{cases} R_{transient_L} \cdot i_{cell}(t) \left[ 1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_L}} \right], & t_0 < t < t_d \\ V_{transient_L}(t_d) e^{-\frac{(t-t_d)}{\tau_L}}, & t_d < t < t_r \end{cases}, \quad (10)$$

onde:  $R_{transient_S}$  é a resistência transiente de curta duração,  $V_{transient_S}(t_d)$  é a tensão transiente de curta duração no final da descarga, e  $\tau_S$  e o produto entre  $R_{transient_S}$  e  $C_{transient_S}$ , sendo  $C_{transient_S}$  a capacitância transiente de curta duração;  $R_{transient_L}$  é a resistência transiente de longa duração,  $V_{transient_L}(t_d)$  é a tensão transiente de longa duração no tempo final da descarga e  $\tau_L$  é o produto entre  $R_{transient_L}$  e  $C_{transient_L}$  sendo  $C_{transient_L}$  a capacitância transiente de longa duração.

A tensão transiente é modelada a partir de funções dependentes do  $SOC(t)$ , conforme descrito nas equações a seguir:

$$R_{transient_S}(SOC(t)) = c_0 e^{-c_1[SOC(t)]} + c_2, \quad (11)$$

$$C_{transient_S}(SOC(t)) = d_0 e^{-d_1[SOC(t)]} + d_2, \quad (12)$$

$$R_{transient_L}(SOC(t)) = e_0 e^{-e_1[SOC(t)]} + e_2, \quad (13)$$

$$C_{transient_L}(SOC(t)) = f_0 e^{-f_1[SOC(t)]} + f_2, \quad (14)$$

onde:  $a_{0..5}$ ,  $b_{0..5}$ ,  $c_{0..2}$ ,  $d_{0..2}$ ,  $e_{0..2}$  e  $f_{0..2}$  são os coeficientes das funções, ou seja, são os parâmetros a serem estimados da parte elétrica do modelo

## Modelo de Kim

O modelo híbrido de Kim (KIM; QIAO, 2011) é caracterizado pela união do modelo elétrico de Chen e Rincón-Mora (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006) com o modelo analítico Kinetic Battery Model (KiBaM) (MANWELL; MCGOWAN, 1993). Esse modelo analítico considera os dois principais efeitos não lineares, ou seja, o efeito da taxa de capacidade e o efeito de recuperação. A integração entre os modelos ocorre analogamente ao modelo de Zhang, inclusive em sua representação em diagrama de blocos, sendo o modelo RV da Figura 1 substituído pelo modelo de KiBaM.

Para a modelagem do processo de descarga, é considerado um período de tempo  $t_0 < t < t_r$ , em que no período de  $t_0 < t < t_d$ , com  $t_d < t_r$ , a bateria é descarregada por uma corrente constante, dada por:

$$i_{cell} = I > 0, \tag{15}$$

onde:  $i_{cell}$  é a corrente de descarga da bateria,  $I$  é uma corrente de descarga constante,  $t_0$  é o tempo inicial,  $t_d$  é o tempo final de descarga, e  $t_r$  é o tempo que resta para terminar o período de descarga. No período de  $t_d < t < t_r$ , a bateria passa por um momento de relaxação, em que  $i_{cell} = 0$ . O estado de carga  $SOC(t)$  é descrito pela equação (1), em que  $C_{unavailable}(t)$  é descrita a partir da equação  $u(t)$  do modelo KiBaM, sendo dada por:

$$u(t) = \begin{cases} (1 - c) \left[ \delta(t_0) e^{-k'(t-t_0)} + \frac{I}{c} \cdot \frac{1 - e^{t-t_0}}{k'} \right], & t_0 < t < t_d, \\ (1 - c) \delta(t_d) e^{-k'(t-t_d)}, & t_d < t < t_r, \end{cases} \tag{16}$$

onde:  $c$  é uma fração da capacidade total  $C$  da bateria,  $\delta(t_0)$  é a diferença entre as alturas das fontes

do modelo KiBaM,  $k'$  é uma constante relacionada à taxa de difusão de energia entre as fontes, e  $\delta(t_d)$  é a diferença entre as alturas das fontes no tempo final de descarga. As características elétricas da bateria nesse modelo são representadas pelas equações (5) a (14).

#### Modelo de Gomes

O modelo híbrido de Gomes (GOMES et al., 2017) surge da união do modelo elétrico de Chen e Rincón-Mora (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006) e o modelo analítico Lei de Peukert Estendida (FREITAS et al., 2017). A união entre os modelos ocorre analogamente ao modelo de Zhang, assim como o seu esquema em diagrama de blocos. No modelo de Gomes, o modelo RV da Figura 1 é substituído pela Lei de Peukert Estendida.

Diferente dos modelos híbridos anteriormente descritos, o modelo analítico utilizado por Gomes captura apenas um efeito não linear da taxa de capacidade (GOMES et al., 2017). Então, a partir da Lei de Peukert Estendida, é possível obter a capacidade da bateria, que é dada por:

$$C_2 = \left[ \left( \frac{1}{t_n - t_0} \right) \cdot \int_{t_0}^{t_n} i(t) dt \right] \cdot t_n^{\frac{1}{b}} - c_1 t_n^{\frac{2}{b}}, \tag{17}$$

onde:  $i(t)$  é a corrente de descarga,  $t$  é o tempo,  $t_n$  é o tempo final do período de descarga,  $t_0$  é o tempo inicial,  $b$  é o coeficiente de Peukert, e  $C_1$  é o coeficiente de ajuste não linear. O  $SOC(t)$  é obtido substituindo a equação (17) na equação (1), que está relacionada ao modelo elétrico, obtendo assim:

$$SOC(t) = SOC_{initial} - \frac{1}{c_{max}} \cdot \left[ \left( \frac{1}{t_n - t_0} \right) \cdot \int_{t_0}^{t_n} i(t) dt \right] \cdot t_n^{\frac{1}{b}} - c_1 t_n^{\frac{2}{b}}. \tag{18}$$

Análogo aos modelos híbridos apresentados anteriormente, as características elétricas da bateria nesse modelo são representadas pelas equações do modelo elétrico de Chen e Rincón-Mora, descritas pelas equações (5) a (14).

## Procedimentos Metodológicos

### Obtenção dos Dados Experimentais

Os ensaios experimentais foram realizados na plataforma de testes, apresentada na Figura 2. Para este trabalho foram utilizadas como unidades experimentais 8 baterias novas de Li-Po, modelo PL 383562-2C, com tensão nominal de 3,7 V e capacidade nominal de 800 mAh, tipicamente utilizadas em celulares e smartphones.

**Figura 2** – Plataforma de testes



Fonte: Autor.

Inicialmente, as baterias foram submetidas a um processo de carga completo, sendo conectadas a uma fonte externa de energia até atingirem o valor máximo de tensão, isto é, 4,2 V. Para iniciar o processo de descarga, as baterias foram conectadas à plataforma de testes, que permite realizar a descarga simultânea de quatro baterias. O processo de descarga ocorre enquanto a bateria não atingir a tensão de *cutoff*, que é definida como o valor limite de carga (capacidade) em que a bateria consegue fornecer energia ao sistema. Ao atingir a tensão de *cutoff*, o tempo de vida da bateria é obtido. Após cada descarga, as baterias são submetidas novamente ao processo de carregamento.

Para a realização dos testes experimentais, foram considerados 31 perfis de descarga constantes, variando de 50 mA a 800 mA, em intervalos de 25 mA, abrangendo perfis de descarga baixos, médios e altos. Após coletados os dados experimentais, foram identificados possíveis valores outliers seguindo a metodologia de Volpato e Barreto (2016). Os limites deste intervalo são calculados pela equação:

$$L = M \pm 1,96DP \quad (19)$$

onde:  $L$  é o limite superior e inferior do intervalo,  $M$  é a média aritmética do conjunto de dados analisado, e  $DP$  é o desvio padrão correspondente.

Realizada esta identificação, foram considerados dois conjuntos de dados: o primeiro, original em que os valores outliers foram mantidos, e um segundo em que os valores outliers

foram retirados. Desta forma, foi possível identificar o comportamento dos modelos híbridos frente às alterações do conjunto de dados experimentais. Foi realizada a análise de variância (ANOVA), considerando um delineamento experimental inteiramente casualizado, com oito repetições (não apresentado), e após aplicado o teste de médias de Tukey, para verificação de diferença estatística significativa entre as médias e identificação de agrupamentos em que as médias diferem estatisticamente entre si. Além disto, foi realizada a verificação da normalidade dos dados, pela aplicação do teste de Shapiro-Wilk (SHAPIRO; WILK, 1965). Os testes foram aplicados considerando um nível de significância de 5%, sendo realizados no software Matlab.

## Estimação dos Parâmetros dos Modelos

Os perfis de descarga utilizados para a estimação dos parâmetros da parte analítica dos modelos híbridos foram selecionados a partir dos seguintes critérios: não possuir valor outlier, apresentar distribuição normal nos resultados experimentais, possuir diferença estatística significativa entre si, e serem contemplados com pelo menos um perfil de descarga baixo, médio e alto. As estimações dos parâmetros foram realizadas utilizando a ferramenta computacional Matlab (BINELO et al., 2018; CHEN; RINCÓN-MORA, 2006; DZIECHCIARUK; UFNALSKI; GRZESIAK, 2017).

A parte analítica do modelo híbrido de Zhang possui apenas o parâmetro a ser estimado. Para sua determinação, foram substituídos os dados experimentais na equação (4), que resultaram em diferentes equações transcendentais, dependentes somente do parâmetro . Para a resolução destas equações foi aplicado o método iterativo de Newton-Raphson (NR), que foi escolhido por apresentar rápida convergência (SCHWEIG; VECCHIA, 2016). Após a obtenção dos valores de para cada equação foi realizada a média aritmética para a estimação do valor final do parâmetro.

A parte analítica do modelo híbrido de Kim possui os parâmetros e a serem estimados. A estimação destes valores seguiu a metodologia utilizada por Kim e Qiao (2011), que a partir da representação gráfica dos dados experimentais, realizou uma extrapolação desta curva. A partir de observações no gráfico foi possível estimar o valor de . Para a estimação de foram substituídos valores conhecidos na equação (16), considerando e . Com estas substituições, foram encontradas diferentes equações transcendentais, que dependem somente de . As equações foram solucionadas a partir da aplicação do método iterativo de NR, após a obtenção dos valores de para cada equação, foi realizada a média aritmética para a obtenção do valor final do parâmetro.

Os parâmetros da parte analítica do modelo de Gomes, ou seja, , e , foram determinados por meio do método dos Mínimos Quadrados (MQ). Este método de otimização determina cada um dos valores dos parâmetros na equação (18), para que esta esteja ajustada ao comportamento dos dados experimentais (FREITAS et al., 2017).

Os três modelos híbridos utilizam o mesmo modelo elétrico na sua constituição, o modelo elétrico de Chen e Rincón-Mora. Os parâmetros da parte elétrica foram obtidos a partir do trabalho de Wottrich et al. (2018), que também utilizou as baterias de Li-Po. Na Tabela 1 são apresentados os valores correspondentes aos parâmetros do modelo elétrico.

**Tabela 1** – Parâmetros da parte elétrica dos modelos híbridos.

Par.	Valor	Par.	Valor	Par.	Valor
$a_0$	-1,0931	$b_1$	41,0174	$d_2$	548,3854
$a_1$	23,8482	$b_2$	0,3169	$e_0$	0,3325
$a_2$	3,7037	$c_0$	0,5927	$e_1$	4,2892
$a_3$	0,0808	$c_1$	18,7453	$e_2$	0,0146
$a_4$	-0,2980	$c_2$	0,0721	$f_0$	-2342,0565
$a_5$	0,1428	$d_0$	-455,1850	$f_1$	6,3571
$b_0$	1,0632	$d_1$	9,4617	$f_2$	3036,0800

Par. = Parâmetro do modelo elétrico; Valor = valor estimado para o parâmetro do modelo.

## Validação e Análise Comparativa dos Modelos Híbridos

Para a realização da validação foram escolhidos os perfis de descarga que apresentaram diferença estatística significativa entre si e que também eram diferentes dos perfis selecionados para a estimação dos parâmetros. As implementações e simulações dos modelos ocorreram na ferramenta computacional Matlab. As validações foram realizadas a partir da comparação entre os resultados simulados pelos modelos e os dados experimentais. Inicialmente foi considerada a capacidade dos modelos em simular o decaimento da tensão durante o processo de descarga, sendo esta uma das vantagens da utilização dos modelos híbridos em comparação a outros modelos. Na sequência, o erro para cada perfil de validação foi obtido por:

$$Erro = 100 \left| \frac{TV_{sim}}{TV_{exm}} - 1 \right|, \quad (20)$$

onde:  $TV_{sim}$  é o tempo de vida simulado pelo modelo e  $TV_{exm}$  é o tempo de vida experimental médio. A análise comparativa do nível de acurácia dos modelos híbridos ocorreu com a comparação dos valores de erro médio de cada modelo para o cenário em que há a presença de valores outliers e para o cenário onde estes valores não foram considerados. O modelo híbrido que apresentou menor erro médio entre os modelos foi considerado o de melhor acurácia.

## Resultados e Discussões

Os dados experimentais obtidos da plataforma de testes são apresentados na Tabela 2, de modo que os perfis de corrente de descarga são expressos em mA, o tempo de vida experimental em minutos (min), e  $j$  é o número de repetições realizadas do experimento, com  $1 \leq j \leq 8$ . O tempo de vida experimental médio também é apresentado em minutos, sendo calculado a partir da média aritmética dos valores encontrados nas repetições, para cada perfil de descarga. Observando os tempos de vida médios é possível perceber que à medida que o perfil de descarga aumenta, o tempo de vida da bateria diminui.

**Tabela 2** – Dados experimentais

Perfil	TV <sub>e1</sub>	TV <sub>e2</sub>	TV <sub>e3</sub>	TV <sub>e4</sub>	TV <sub>e5</sub>	TV <sub>e6</sub>	TV <sub>e7</sub>	TV <sub>e8</sub>	TV <sub>exm</sub>
50	964,07	980,42	860,43	922,12	920,43	993,96	931,38	950,08	940,37
75	593,06	607,28	626,98	599,75	586,90	652,15	582,58	606,78	606,94
100	464,71	474,42	460,45	466,30	470,75	459,03	445,53	486,62	465,98
125	388,48	392,93	375,03	367,40	380,90	393,65	381,55	398,17	384,76
150	283,02	311,72	302,97	307,58	345,03	297,62	279,48	305,38	304,10
175	280,85	274,50	271,33	285,07	297,07	253,50	246,43	269,10	272,23
200	232,20	219,18	213,95	235,18	218,83	235,70	239,72	228,12	227,99
225	206,45	191,38	188,35	207,45	199,83	211,80	214,07	208,58	203,49
250	191,23	173,47	167,72	188,93	182,78	190,15	193,12	184,65	184,01
275	170,48	159,63	145,22	168,08	165,87	171,35	175,63	165,10	165,17
300	156,15	148,23	142,28	156,65	157,58	140,68	138,83	155,37	149,47
325	141,57	145,68	149,53	143,47	148,45	129,85	126,40	145,33	141,29
350	126,53	137,71	139,57	131,23	133,43	123,65	118,67	132,97	130,47
375	118,63	128,93	130,68	123,57	127,72	111,52	118,87	124,96	123,11
400	115,55	117,75	121,52	115,78	118,80	107,90	101,90	117,50	114,59
425	111,00	113,72	94,47	110,13	105,30	109,03	114,40	109,01	108,38
450	102,45	105,05	109,60	103,15	106,82	89,80	87,28	103,15	100,91
475	97,28	98,67	91,68	97,54	101,72	86,11	82,90	98,18	94,26
500	91,98	93,93	97,11	92,68	96,70	83,13	78,65	90,45	90,58
525	88,57	91,30	93,15	85,28	92,63	78,67	74,11	85,85	86,20
550	83,77	85,06	88,77	82,48	87,46	72,67	68,90	84,42	81,69
575	80,42	83,11	82,88	80,00	83,13	68,13	65,85	79,23	77,84
600	77,10	77,98	81,31	76,15	80,57	65,50	62,68	76,25	74,69
625	73,60	74,38	77,58	72,40	77,30	62,42	59,83	73,12	71,33
650	71,05	71,67	74,67	70,03	74,13	59,42	55,90	70,38	68,41
675	68,35	69,00	71,68	67,78	71,63	57,18	53,42	68,73	65,97
700	65,90	66,37	69,48	64,73	69,76	54,73	51,85	65,28	63,51
725	63,53	63,77	66,68	62,27	66,42	51,62	48,27	62,98	60,69
750	64,12	50,20	47,06	60,87	61,32	61,72	64,42	59,72	58,68
775	62,35	47,96	44,04	58,87	59,73	59,80	62,08	58,23	56,63
800	60,10	46,32	42,50	56,92	57,30	57,78	60,07	56,13	54,64

Pela aplicação da ANOVA verificou-se diferença significativa entre os perfis de descargas (não apresentado), e a partir do teste de Tukey foram identificadas as médias experimentais que diferem estatisticamente entre si e seus agrupamentos. Na Tabela 3 são apresentados estes agrupamentos, de modo que médias estatisticamente diferentes não possuem nenhuma letra em comum.

**Tabela 3** – Agrupamento de médias pelo teste de Tukey.

PD (mA)	$TV_{ex}$ (min)	Agrup.			
			500	90,58	pqrs
			525	86,20	pqrst
50	940,37	a	550	81,69	qrst
75	606,94	b	575	77,84	rstuv
100	465,98	c	600	74,69	rstuvw
125	384,76	d	625	71,33	stuvw
150	304,10	e	650	68,41	stuvw
175	272,23	f	675	65,97	tuvw
200	227,99	g	700	63,51	tuvw
225	203,49	h	725	60,69	uvw
250	184,01	hi	750	58,68	vw
275	165,17	ij	775	56,63	vw
300	149,47	jk			
325	141,29	kl			
350	130,47	klm			
375	123,11	lmn			
400	114,59	mno			
PD (mA)	$TV_{ex}$ (min)	Agrup.			
425	108,38	mno			
450	100,91	nopq			
475	94,26	opqr			

PD = Perfil de descarga;  $TV_{ex}$  = tempo de vida experimental médio; Agrup. = Agrupamento de médias.  
 Médias seguidas pelas mesmas letras na coluna não diferem estatisticamente, a 5% de probabilidade de erro,  
 pelo teste Tukey.

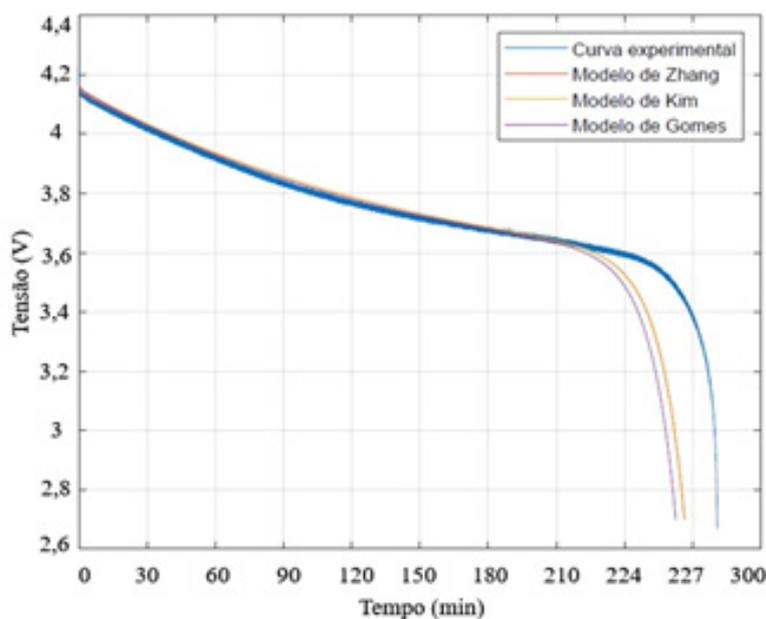
Seguindo os critérios citados na seção anterior, foram selecionados quatro perfis de descarga para a estimação dos parâmetros empíricos das partes analíticas dos modelos híbridos, sendo eles: 50 mA, 200 mA, 375 mA e 700 mA. Os demais perfis da Tabela 3, que são estatisticamente diferentes entre si e que diferem estatisticamente dos perfis selecionados para

estimação dos parâmetros, foram os selecionados para a validação dos modelos híbridos, sendo eles: 75 mA, 100 mA, 125 mA, 150 mA, 175 mA, 225 mA, 275 mA e 475 mA.

Considerando os perfis de descarga selecionados para a estimação dos parâmetros e seguindo as metodologias citadas anteriormente, foram encontrados os seguintes valores para os parâmetros dos modelos híbridos:  $\beta = 0,1306$  que é o parâmetro da parte analítica do modelo de Zhang;  $c = 0,9201$  e  $k' = 0,000519$  que são os parâmetros da parte analítica do modelo de Kim; e  $C_1 = -8,3984 \times 10^{-8}$ ,  $C_2 = 1947,9$  e  $b = 1,0399$  que são os parâmetros da parte analítica do modelo de Gomes.

Após a estimação dos parâmetros, foram realizadas as simulações do processo de descarga das baterias. Na Figura 3 são apresentadas as curvas de decaimento de tensão simuladas pelos modelos híbridos de Zhang, Kim e Gomes, assim como a curva obtida pelos dados experimentais. O perfil escolhido para a simulação foi de 175 mA por ser um perfil intermediário dentre os utilizados na validação dos modelos.

**Figura 3** - Curvas de decaimento de tensão experimental e simuladas para o perfil de 175 mA.



Fonte: Autor.

É possível perceber que as curvas simuladas possuem um comportamento muito semelhante ao da curva experimental, sendo observado um maior afastamento entre as mesmas nos momentos finais de descarga, e para este perfil, os modelos híbridos atingem o nível de cutoff em tempo um pouco menor que o experimental. Entretanto, é perceptível a capacidade dos modelos em simular esta característica elétrica da bateria.

Na Tabela 4 são apresentados os resultados das simulações obtidos para cada modelo, juntamente com o erro correspondente de cada perfil de descarga e o erro médio do modelo híbrido, considerando o conjunto de dados com valores outliers.

**Tabela 4** - Resultados das simulações e validação dos modelos híbridos considerando as médias experimentais com valores outliers.

Perfil (mA)	$TV_{ex}$ (min)	Modelo de Zhang		Modelo de Kim		Modelo de Gomes	
		$TV_{sim}$ (min)	Erro (%)	$TV_{sim}$ (min)	Erro (%)	$TV_{sim}$ (min)	Erro (%)
75	606,94	630,48	3,87	630,72	3,92	624,33	2,86
100	465,98	471,12	1,10	471,35	1,15	467,62	0,35
125	384,76	375,50	2,40	375,75	2,34	372,17	3,27
150	304,10	311,78	2,52	312,03	2,60	308,23	1,35
175	272,23	266,28	2,18	266,53	2,09	262,57	3,54
225	203,49	205,65	1,06	205,90	1,18	201,82	0,82
275	165,17	167,08	1,15	167,35	1,31	163,37	1,08
475	94,26	94,13	0,13	94,52	0,27	91,38	3,05
Erro médio			1,80	1,85		2,04	

$TV_{ex}$  = Tempo de vida experimental médio;  $TV_{sim}$  = Tempo de vida simulado.

Observando os resultados da Tabela 4 percebe-se que todos os modelos híbridos são adequados para a predição do tempo de vida de baterias, pois apresentaram um erro médio inferior a 5%, que é o indicado pela literatura técnica (BINELO et al., 2018; CHEN; RINCÓN-MORA, 2006). Contudo, o modelo híbrido que apresentou melhor desempenho foi o modelo de Zhang, com erro médio de 1,80%, seguido pelo modelo de Kim, com erro médio de 1,85%, e por fim o modelo híbrido de Gomes, com erro médio de 2,04%. Esse resultado era esperado visto que o modelo de Zhang é composto pelo modelo RV, que é um dos modelos analíticos de maior acurácia da literatura técnica (JONGERDEN; HAVERKORT, 2008; RONG; PEDRAM, 2006; SILVA et al., 2013).

Na Tabela 5 são apresentados os resultados das simulações, juntamente com o erro correspondente a cada perfil de descarga e o erro médio do modelo, considerando o conjunto de dados com a retirada dos valores outliers.

**Tabela 5** - Resultados das simulações e validação dos modelos híbridos considerando as médias experimentais sem os valores outliers.

Perfil (mA)	$TV_{ex}$ (min)	Modelo de Zhang		Modelo de Kim		Modelo de Gomes	
		$TV_{sim}$ (min)	Erro (%)	$TV_{sim}$ (min)	Erro (%)	$TV_{sim}$ (min)	Erro (%)
75	600,47	630,48	4,99	630,72	5,03	624,33	3,97
100	465,98	471,12	1,10	471,35	1,15	467,62	0,35
125	384,76	375,50	2,40	375,75	2,34	372,17	3,27
150	298,25	311,78	4,53	312,03	4,62	308,23	3,34
175	272,23	266,28	2,18	266,53	2,09	262,57	3,54
225	203,49	205,65	1,06	205,90	1,18	201,82	0,82
275	168,02	167,08	0,55	167,35	0,39	163,37	2,76
475	94,26	94,13	0,13	94,52	0,27	91,38	3,05
Erro médio			2,11			2,13	2,63

$TV_{ex}$  = Tempo de vida experimental médio;  $TV_{sim}$  = Tempo de vida simulado.

É observado que com a utilização dos tempos de vida médios calculados com o conjunto de dados sem os valores outliers ocorre um pequeno aumento nos valores de erro médio nos três modelos híbridos estudados. Entretanto, apesar deste aumento, a ordem de acurácia é exatamente a mesma encontrada nas simulações anteriores e os modelos híbridos continuam sendo considerados acurados, pois não ultrapassam o valor máximo de 5% de erro considerado pela literatura.

Os resultados obtidos neste estudo sugerem que os modelos híbridos avaliados podem ser utilizados em aplicações reais que envolvem baterias recarregáveis. Em dispositivos móveis, por exemplo, a estimativa do tempo de vida da bateria pode ajudar a evitar desligamentos inesperados e a planejar melhor os ciclos de uso de carga e recarga. Em sistemas com pouca disponibilidade de energia, como dispositivos de Internet das Coisas (IoT), sensores ou equipamentos remotos, o uso de modelos matemáticos confiáveis pode contribuir para aumentar a autonomia e a segurança da aplicação. Dessa forma, os modelos avaliados não apenas se mostraram acurados em ambiente de simulação, mas também podem ser indicados como ferramentas úteis para o gerenciamento de energia em diferentes contextos de aplicações.

## Considerações finais

Todos os modelos híbridos considerados neste artigo apresentam boa acurácia na modelagem matemática do tempo de vida de baterias, pois apresentam erros médios inferiores a 5%. O modelo híbrido que apresenta melhor nível de acurácia é o modelo de Zhang, seguido pelo modelo de Kim e por último o modelo de Gomes. Esta ordem é mantida independentemente

de serem ou não considerados valores outliers nas médias experimentais. Para trabalhos futuros, é sugerido estender o estudo de comparação entre os modelos híbridos considerando perfis de descargas variáveis. Além disto, podem ser incluídos nesta análise outros modelos híbridos que possam vir a ser desenvolvidos.

## Referências

BINELO, M. F. B.; SAUSEN, A. T. Z. R.; SAUSEN, P. S.; BINELO M. Parameter estimation of lithium-ion polymer battery mathematical model using genetic algorithm. **Computational and Applied Mathematics**, v. 37, n. 1, p. 296-313, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40314-017-0537-7>.

CHEN, M.; RINCÓN-MORA, G. Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and i-v performance. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 21, n. 2, p. 504-511, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2006.874229>.

CHEN, W.; LIANG, J.; YANG, Z.; LI, G. A review of lithium-ion battery for electric vehicle applications and beyond. **Energy Procedia**, v. 158, p. 4363-4368, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2019.01.783>.

DZIECHCIARUK, G.; UFNALSKI, B.; GRZESIAK, L. Parameter estimation for equivalent electrical model of lithium-ion cell. In: **19th European Conference on Power Electronics and Applications**, 2017. p. 1-9. DOI: <https://doi.org/10.23919/EPE17ECCEurope.2017.8099328>.

ELNASHAR, A.; EL-SAIDNY, M. A. Extending the battery life of smartphones and tablets: a practical approach to optimizing the LTE network. **IEEE Vehicular Technology Magazine**, v. 9, n. 2, p. 38-49, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1109/MVT.2014.2311571>.

FOTOUHI, A.; AUGER, D. J.; PROPP, K.; LONGO, S.; WILD, M. A review on electric vehicle battery modelling: from lithium-ion toward lithium sulphur, **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 56, p. 1008-1021, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.12.009>.

FREITAS, D. J. B.; SAUSEN, P. S.; SAUSEN, A. T. Z. R.; REIMBOLD, M. M. P. Predição do tempo de vida de baterias: proposição de uma extensão à lei de Peukert. **Revista Espacios**, v. 38, n. 18, p. 1-13, 2017.

GOMES, L. B.; ZART, J. G.; FREITAS, D. J. B.; SAUSEN, A. T. Z. R.; SAUSEN, P. S. Proposição de um modelo híbrido para a predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis. **Revista de Informática Aplicada**. v. 13, art. 1, 2017. DOI: <https://doi.org/10.13037/ria.vol13n1.167>.

HU, T.; JUNG, H. Simple algorithms for determining parameters of circuit models for charging/discharging batteries. **Journal of Power Sources**. v. 233, p. 14-22, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2013.01.098>.

- JONGERDEN, M. R.; HAVERKORT, B. Battery modeling. **Technical report, Faculty Electrical Engineering**. 2008.
- KIM, T.; QIAO, W. A hybrid battery model capable of capturing dynamic circuit characteristics a nonlinear capacity effects. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 26, n. 4, p. 1172 - 1180, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2011.2167014>.
- LEÓN, A. I. S.; ACOSTA, Á. A. P.; RODRÍGUEZ, C. L. T.; PIEDRAHITA, F. S.; JESTR, R. Design and implementation of a lead-acid battery emulator. **Journal of Engineering Science and Technology Review**, v. 13, n. 3, p. 172-180, 2020. DOI: <https://doi.org/10.25103/jestr.133.19>.
- MANWELL, J. G.; MCGOWAN, J. F. Lead acid battery storage model for hybrid energy systems. **Solar Energy**, v. 50, n. 5, p. 399-405, 1993.
- MEIRELES, L. F.; SAUSEN, A. T. Z. R.; SAUSEN, P. S. Modelagem Matemática do Tempo e Vida de Baterias de Íon Lítio Polímero a partir de Modelos Híbridos. **Interciencia**. v. 44, n. 5, p. 260-265, 2019.
- RAKHMATOV D.; VRUDHULA S.; WALLACH, D. A. Battery lifetime prediction for energy-aware computing. **Proc. Int. Symp. Low Power Electronics and Design**. p. 154-159, 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/LPE.2002.146729>.
- RONG, P.; PEDRAM, M. An Analytical Model for Predicting the Remaining Battery Capacity of Lithium-Ion Batteries. **IEEE Transactions on Very Large-Scale Integration (VLSI) Systems**. v. 14, n. 5, p. 441 – 451, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1109/TVLSI.2006.876094>.
- SAUSEN, J. P.; BINELO, M. F. B.; CAMPOS, M.; SAUSEN, A. T. Z. R.; SAUSEN, P. S.; Economic Feasibility Study of Using an Electric Vehicle and Photovoltaic Microgeneration in a Smart Home, **IEEE Latin America Transactions**, v. 16, n. 7, p. 1907-1913, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1109/TLA.2018.8447356>.
- SAUSEN, P. S.; SPOHN, M. A.; PERKUSICH, A. Broadcast routing in wireless sensor networks with dynamic power management and multi-coverage backbones, **Information Sciences**. v. 180, p. 5, p. 653-663, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2009.11.016>.
- SCHWEIG, R. D.; VECCHIA, L. J. **Cálculo Numérico**. Canoas: ULBRA, 2016.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples), **Biometrika**, v. 52, p. 591-611, 1965.
- SILVA, B. F.; SAUSEN, A. T. Z. R.; SAUSEN, P. S.; REIMBOLD, M. Método da Procura em Rede Melhorado: uma Proposta para a Estimção dos Parâmetros do Modelo de Rakhmatov e Vrudhula. **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 14, n. 3, p. 463-482, 2013. DOI: <https://doi.org/10.5540/tema.2013.014.03.0463>.
- VOLPATO, R. E.; BARRETO, G. L. **Estatística Sem Dor**. Botucatu - SP: Best Writing, 2016.

WOTTRICH, S. C.; BRONDANI, M. F.; SAUSEN, A. T. Z. R.; SAUSEN, P. S. Modelagem Matemática do Tempo de Vida de Baterias de Lítio Íon Polímero a partir do Modelo Elétrico para Predizer Runtime e Características V-I. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 6, n. 1, 2018. DOI: <https://doi.org/10.5540/03.2018.006.01.0395>.

ZHANG, J.; CI, S.; SHARIF, H.; ALAHMAD, M. An enhanced circuit-based model for single-cell battery. **Applied Power Electronics Conference and Exposition**, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1109/APEC.2010.5433597>.